

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЙ СТАНДАРТИЗАЦИИ

Государственная система обеспечения единства измерений

**ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРАДУИРОВОЧНЫЕ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ
СОСТАВА И СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ****Методика выполнения измерений с использованием стандартных образцов**

State system for ensuring the uniformity of measurements.

Calibration characteristics of means of measurement of composition and properties of substances and materials. Measurement procedure with the use of reference materials

МКС 17.020

*Дата введения – 2004–07–01***Предисловие**

Цели, основные принципы и основной порядок проведения работ по межгосударственной стандартизации установлены ГОСТ 1.0–92 "Межгосударственная система стандартизации. Основные положения" и ГОСТ 1.2–97 "Межгосударственная система стандартизации. Стандарты межгосударственные, правила и рекомендации по межгосударственной стандартизации. Порядок разработки, принятия, применения, обновления и отмены"

Сведения о рекомендациях

1 РАЗРАБОТАНЫ Уральским научно-исследовательским институтом метрологии (УНИИМ) Госстандарта России

2 ВНЕСЕНЫ Госстандартом России

3 ПРИНЯТЫ Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол № 22 от 6 ноября 2002 г.)

За принятие проголосовали:

Краткое наименование страны по МК (ИСО 3166) 044–97	Код страны по МК (ИСО 3166) 004–97	Сокращенное наименование национального органа по стандартизации
Беларусь	BY	Госстандарт Республики Беларусь
Казахстан	KZ	Госстандарт Республики Казахстан
Киргизия	KG	Кыргызстандарт
Молдова	MD	Молдова-Стандарт
Российская Федерация	RU	Госстандарт России
Таджикистан	TJ	Таджикстандарт
Туркменистан	TM	Главгосслужба "Туркменстандартлары"
Узбекистан	UZ	Узстандарт
Украина	UA	Госпотребстандарт Украины

4 Постановлением Государственного комитета Российской Федерации по стандартизации и метрологии от 26 января 2004 г. № 32-ст РМГ 54–2002 введены в действие непосредственно в качестве рекомендаций по метрологии Российской Федерации с 1 июля 2004 г.

1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Настоящие рекомендации содержат методику выполнения измерений (далее – МВИ) градуировочных характеристик (далее – ГХ) средств измерений состава и свойств веществ и материалов (далее – СИ).

ГХ СИ определяют по экспериментальным данным, полученным с использованием стандартных образцов (далее – СО).

МВИ, представленные в настоящих рекомендациях, применимы в случае, когда аттестованное значение СО и значение соответствующего сигнала СИ связаны линейной зависимостью либо когда зависимость между этими величинами может быть приведена к линейной.

Алгоритмы оценки ГХ СИ могут быть применимы при использовании для градуировки аттестованных смесей или градуировочных растворов.

2 НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящих рекомендациях использована ссылка на следующий межгосударственный стандарт:

ГОСТ 8.315–97 Государственная система обеспечения единства измерений. Стандартные образцы состава и свойств веществ и материалов. Основные положения

Примечание – При пользовании настоящими рекомендациями целесообразно проверить действие ссылочного стандарта по указателю "Национальные стандарты", составленному по состоянию на 1 января текущего года, и по соответствующим информационным указателям, опубликованным в текущем году. Если ссылочный документ заменен (изменен), то при пользовании настоящими рекомендациями следует руководствоваться измененным (замененным) документом. Если ссылочный документ отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, применяется в части, не затрагивающей эту ссылку.

3 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

3.1 Градуировку СИ с помощью СО выполняют с целью установить зависимость между выходным сигналом СИ I и воспроизводимой СО аттестованной характеристикой A .

3.2 Для градуировки СИ используют комплекты СО, допущенные к применению в порядке, установленном ГОСТ 8.315.

Предпочтительно для градуировки использовать комплекты СО, число СО в которых N не менее пяти.

3.3 Аттестованные значения A_n экземпляров СО, входящих в комплект СО, должны быть распределены приблизительно равномерно в диапазоне измерения градуируемого СИ.

3.4 Диапазон аттестованных значений СО в комплекте должен совпадать с диапазоном измерения градуируемого СИ.

3.5 Состав и структура материала СО должны быть как можно более близкими к составу и структуре проб материала, контролируемого с использованием градуируемых СИ.

4 ПОДГОТОВКА К ИЗМЕРЕНИЯМ, УСЛОВИЯ ИХ ПРОВЕДЕНИЯ И ПРОЦЕДУРА

4.1 Подготовку проб СО и СИ к проведению измерений осуществляют в соответствии с описанием процедуры измерений с учетом требований инструкции по применению СО и эксплуатационных документов на градуируемое СИ.

4.2 Условия проведения измерений должны соответствовать нормальным условиям применения, установленным в эксплуатационных документах на СИ.

4.3 Стандартное отклонение значений выходного сигнала градуируемого СИ должно быть известно из эксплуатационных документов на СИ до проведения градуировки СИ либо значение входного сигнала должно быть оценено в процессе градуировки СИ.

4.4 Число единичных измерений (наблюдений) выходного сигнала I для каждого СО должно быть не менее пяти.

Если в процессе градуировки оценивают среднее стандартное отклонение значений выходного сигнала, то число измерений увеличивают до 10–15. Число измерений для всех экземпляров СО должно быть одинаково.

4.5 По результатам измерения значений выходного сигнала I_{nj} - для каждого n -го СО вычисляют среднеарифметическое значение выходного сигнала \bar{I}_n :

$$\bar{I}_n = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J I_{nj}, \quad (1)$$

где J – число измерений каждого n -го СО.

4.6 Полученные среднеарифметические значения выходных сигналов I и аттестованные значения СО A наносят на график и по методике в соответствии с приложением А выбирают вид преобразования исходных данных $y = f(I)$ и $x = g(A)$ для получения линейной ГХ.

5 ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 После выбора вида преобразования в соответствии с 4.6 вычисляют значения новых переменных:

$$x_n = g(A_n), \quad (2)$$

где $g(A_n)$ – функция преобразования исходных данных аттестованного значения n -го СО;

$$y_{nj} = f(I_{nj}), \quad (3)$$

где $f(I_{nj})$ – функция преобразования исходных данных выходного сигнала n -го СО.

5.2 Вычисляют стандартные отклонения S_{x_n} величин x_n по формуле

$$S_{x_n} = \frac{|g'(A)| \Delta_{A_n}}{\sqrt{3}}, \quad (4)$$

где значения производной $g'(A)$ берут при $A = A_n$;

Δ_{A_n} – погрешность аттестованного значения n -го СО.

5.3 Вычисляют среднеарифметические значения \bar{y}_n величин y_{nj} по формуле

$$\bar{y}_n = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J y_{nj}, \quad (5)$$

для $n = 1, \dots, N$.

5.4 Если стандартное отклонение выходного сигнала СИ S_{I_n} известно, то стандартное отклонение S_{y_n} величины y в n -й точке оценивают по формуле

$$S_{y_n} = |f'(I)| S_{I_n}, \quad (6)$$

где значение производной $f'(I)$ берут при $I = I_n$;

S_{I_n} – стандартное отклонение выходного сигнала в n -й точке.

В случае, когда неизвестно стандартное отклонение величины I в n -й точке, S_{y_n} оценивают по формуле

$$S_{y_n} = \sqrt{\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (y_{nj} - \bar{y}_n)^2}, \quad (7)$$

5.5 Записывают полученные результаты преобразования исходных данных и характеристики их погрешностей в таблицу по форме таблицы 1.

Таблица 1

Исходные данные для построения ГХ

x_n	S_{x_n}	y_{nj}	\bar{y}_n	S_{y_n}	γ_n
x_1	S_{x1}	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1J}$	\bar{y}_1	S_{y1}	γ_1
...
...
...
x_N	S_{xN}	$y_{N1}, y_{N2}, \dots, y_{NJ}$	\bar{y}_N	S_{yN}	γ_N

5.6 Для сравнения погрешностей исходных данных вычисляют отношения относительных стандартных отклонений γ_n по формуле

$$\gamma_n = \frac{S_{x_n} |\bar{y}_n|}{S_{y_n} |x_n|}. \quad (8)$$

Результаты вычислений записывают в последнюю колонку таблицы 1.

5.7 Вычисляют среднеарифметическое значение относительных стандартных отклонений $\bar{\gamma}$ по формуле

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma_n. \quad (9)$$

5.8 Выбирают в зависимости от соотношения погрешностей величин x_n и y_n , т.е. в зависимости от значения $\bar{\gamma}$, алгоритмы построения ГХ исходя из следующего:

- если $\gamma \leq 0,4$, то ГХ определяют в соответствии с 6.2;
- в случае, когда имеются значимые погрешности измерения величин x_n и y_n , т.е. если $\bar{\gamma} > 0,4$, то ГХ определяют в соответствии с 6.3.

6 ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ГХ

6.1 Построение линейной ГХ сводят к оценке коэффициентов a и b в уравнении вида

$$y = a + bx. \quad (10)$$

Алгоритм оценки коэффициентов ГХ и вид ГХ выбирают в зависимости от соотношений погрешностей величин x_n и y_n по 5.8.

6.2 Построение ГХ методом наименьших квадратов

В случае, когда погрешности аттестованных значений СО (или переменной x) незначимы по сравнению с погрешностями измерения выходных сигналов ($\bar{\gamma} \leq 0,4$), ГХ строят в виде, задаваемом уравнением (10). Коэффициенты a и b и их погрешности вычисляют следующим образом.

По исходным данным из таблицы 1 вычисляют сумму S_ω обратных величин дисперсии преобразованного выходного сигнала

$$S_\omega = \sum_{n=1}^N \frac{1}{S_{y_n}^2} \quad (11)$$

и для каждого среднеарифметического значения \bar{y}_n его вес ω_n

$$\omega_n = \frac{\left(\frac{1}{S_{y_n}^2} \right)}{S_\omega}. \quad (12)$$

Вычисляют среднеарифметические значения \bar{x} и \bar{y} по формулам:

$$\bar{x} = \sum_{n=1}^N \omega_n x_n, \quad (13)$$

$$\bar{y} = \sum_{n=1}^N \omega_n \bar{y}_n. \quad (14)$$

ГХ определяют в виде уравнения (10).

Коэффициенты b и a вычисляют по формулам:

$$b = \frac{\sum_{n=1}^N \omega_n \bar{y}_n (x_n - \bar{x})}{\sum_{n=1}^N \omega_n (x_n - \bar{x})^2}, \quad (15)$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}. \quad (16)$$

Стандартные отклонения S_b и S_a коэффициентов b и a вычисляют по формулам:

$$S_b = \frac{1}{\sqrt{S_\omega \sum_{n=1}^N \omega_n (x_n - \bar{x})^2}}, \quad (17)$$

$$S_a = \sqrt{\frac{1}{S_\omega} + S_b^2 \bar{x}^2}. \quad (18)$$

6.3 Построение ГХ методом усреднения оценок

В случае, когда имеются значимые погрешности измерения величин x_n и y_n ($\bar{\gamma} > 0,4$), коэффициенты a и b в уравнении (10) оценивают следующим образом.

Образуют из N точек таблицы 1 $(x_1, \bar{y}_1) \dots (x_N, \bar{y}_N)$ все возможные пары различных точек (x_i, \bar{y}_i) $[x_j, y_j]$ (для $i, j = 1, \dots, N$ и $i \neq j$). Число таких пар точек $L = \frac{N(N-1)}{2}$.

Проводят через каждую пару точек прямую линию

$$y = a_{ij} + b_{ij}x. \quad (19)$$

Коэффициенты b_{ij} и a_{ij} определяют по формулам:

$$b_{ij} = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}, \quad (20)$$

$$a_{ij} = y_i - b_{ij}x_i. \quad (21)$$

Полученные по формулам (20) и (21) коэффициенты упорядочивают по возрастанию:

$$b_{(1)} \leq b_{(2)} \dots \leq b_{(L)}, \quad (22)$$

$$a_{(1)} \leq a_{(2)} \dots \leq a_{(L)}. \quad (23)$$

В качестве оценки коэффициента b в уравнении (10) принимают медиану ряда (22), вычисленную по формуле

$$b = \begin{cases} b_{\left(\frac{L+1}{2}\right)} & \text{для нечетных } L, \\ \frac{b_{\left(\frac{L}{2}\right)} + b_{\left(\frac{L}{2}+1\right)}}{2} & \text{для четных } L. \end{cases} \quad (24)$$

Аналогично коэффициент a оценивают как медиану ряда (23)

$$a = \begin{cases} a_{\left(\frac{L+1}{2}\right)} & \text{для нечетных } L, \\ \frac{a_{\left(\frac{L}{2}\right)} + a_{\left(\frac{L}{2}+1\right)}}{2} & \text{для четных } L. \end{cases} \quad (25)$$

Погрешности Δ_a и Δ_b коэффициентов a и b вычисляют по формулам:

$$\Delta_b = \frac{b_{(S)} - b_{(R)}}{2}, \quad (26)$$

$$\Delta_a = \frac{a_{(S)} - a_{(R)}}{2}. \quad (27)$$

где порядковые номера R и S членов рядов (23) и (22) определяют по формулам:

$$R = \left[\frac{L}{2} - \sqrt{L} - 0,5 \right] + 1, \quad (28)$$

$$S = L - R + 1. \quad (29)$$

7 ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКА ИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

7.1 При использовании ГХ для получения значения входной величины A по значению выходного сигнала I поступают следующим образом. Вычисляют по измеренному значению выходного сигнала I значение величины

$$y = f(I) \quad (30)$$

и по ГХ вычисляют значение величины x по формуле

$$x = \frac{y - a}{b}. \quad (31)$$

По значению величины x определяют значение величины A , используя обратное преобразование величины x .

$$A = g^{-1}(x), \quad (32)$$

где $g^{-1}(x)$ функция, обратная функции $x = g(A)$, использованная при преобразовании величины A в соответствии с 4.6.

7.2 Оценивают стандартное отклонение S_x величины x по формуле

$$S_x = \frac{1}{|b|} \sqrt{S_y^2 + S_a^2 + S_b^2 x^2}, \quad (33)$$

где S_y – стандартное отклонение величины y , оценивают в соответствии с 5.4, а значения стандартного отклонения величины a – S_a и стандартного отклонения величины b – S_b оценивают в зависимости от метода построения ГХ.

Если коэффициенты a и b были определены при построении ГХ методом наименьших квадратов в соответствии с 6.2, то S_a и S_b оценивают по формулам (18) и (17).

В случае, когда коэффициенты a и b были определены при построении ГХ методом усреднения оценок в соответствии с 6.3, то S_a и S_b оценивают по формулам:

$$S_a = \frac{\Delta_a}{\sqrt{3}}, \quad (34)$$

$$S_b = \frac{\Delta_b}{\sqrt{3}}. \quad (35)$$

7.3 Стандартное отклонение S_A измеряемой в соответствии с 7.1 величины A оценивают по формуле

$$S_A = \frac{1}{|g'(A)|} S_x, \quad (36)$$

где значение производной g' взято при A , определенной по формуле (32), и значение S_x вычислено по формуле (33).

7.4 Погрешность Δ_A измеряемой по ГХ величины A оценивают для заданной вероятности P по формуле

$$\Delta_A = z_p S_A, \quad (37)$$

где z_p – квантиль стандартного нормального распределения, соответствующий заданной вероятности P .

8 ПРОВЕРКА ЛИНЕЙНОСТИ ГХ

8.1 Линейность ГХ предварительно проверяют на основе анализа расположения экспериментальных точек плоскости (x, y) относительно построенной ГХ $y = a + bx$.

Если отклонения от ГХ экспериментальных точек носят случайный характер, то выбор линеаризующих преобразований проведен правильно и полученная линейная ГХ адекватно отражает зависимость между величинами x и y .

Проверку случайности отклонений экспериментальных точек от ГХ (проверку линейности) проводят в случае, когда ГХ оценивают методом наименьших квадратов (6.2) в соответствии с критерием 8.2.

В случае оценки ГХ методом усредненных оценок (6.3) линейность ГХ проверяют в соответствии с критерием 8.3.

8.2 Проверку линейности ГХ, построенной методом наименьших квадратов по формулам (15) и (16), проводят следующим образом.

Вычисляют взвешенную сумму Q_{y_1} квадратов отклонения расчетных значений \hat{y}_n , вычисленных по формуле

$$\hat{y}_n = a + bx_n, \quad (38)$$

от средних значений \bar{y}_n , вычисленных по формуле (5),

$$Q_{y_1} = I \sum_{n=1}^N \omega_n (y_n - \hat{y}_n)^2, \quad (39)$$

где коэффициенты ω_n вычислены по формуле (12).

Вычисляют взвешенную сумму Q_{y_0} квадратов отклонений y_{nj} от среднеарифметических значений \bar{y}_n .

$$Q_{y_0} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J \omega_n (y_{nj} - \bar{y}_n)^2. \quad (40)$$

Вычисляют отношение средних квадратов отклонений V_y :

$$V_y = \frac{N(I-1)Q_{y_1}}{(N-2)Q_{y_0}}, \quad (41)$$

где N – число точек при построении ГХ.

Сравнивают полученное значение V_y со значением квантиля F -распределения из таблицы Б.1 приложения Б со степенями свободы $V_1 = N - 2$ и $V_2 = N(I - 1)$.

Если $V_y \leq F(V_1, V_2)$, то принимают гипотезу о линейности ГХ. В противном случае следует найти другое линеаризующее преобразование переменных.

8.3 Проверку линейности ГХ, построенной методом усреднения оценок по формулам (24) и (25), проводят следующим образом.

Если отклонения экспериментальных точек (x_n, \bar{y}_n) от ГХ изменяются закономерным образом, то это дает основание считать выбор вида линейного преобразования не совсем удачным. Вычисляют сумму Q_{x_1} квадратов относительных отклонений расчетных значений \hat{x}_n , определенных по формуле

$$\hat{x}_n = \frac{\bar{y}_n - a}{b}, \quad (42)$$

от значений x_n

$$Q_{x_1} = \sum_{n=1}^N \frac{(x_n - \hat{x}_n)^2}{x_n^2}. \quad (43)$$

Вычисляют сумму относительных стандартных отклонений Q_{x_0} :

$$Q_{x_0} = \sum_{n=1}^N \frac{S_{x_n}^2}{x_n^2}, \quad (44)$$

где S_{x_n} определяют по формуле (4), а x_n – по формуле (2).

Вычисляют отношение V_x квадратов стандартных отклонений:

$$V_x = \frac{NQ_{x_1}}{(n-2)Q_{x_0}}. \quad (45)$$

Сравнивают полученное значение V_x со значением квантиля F -распределения из таблицы Б.1 приложения Б со степенями свободы $V_x = N - 2$ и $V_2 = N$.

Если $V_x \leq F(V_1, V_2)$, то принимают гипотезу о линейности ГХ. В противном случае следует найти другое линеаризующее преобразование переменных.

Приложение А
(рекомендуемое)

Виды преобразований для получения линейной зависимости

Из практики построения ГХ для СИ известны несколько наиболее распространенных преобразований переменных I и A , позволяющих сводить исходные монотонные нелинейные функции $I = F(A)$ к нелинейной зависимости вида

$$y = a + bx, \quad (A.1)$$

где

$$y = f(I), \quad (A.2)$$

$$x = g(A). \quad (A.3)$$

Функции $f(I)$ и $g(A)$ выбирают из некоторого множества монотонных зависимостей таким образом, чтобы получить линейную зависимость

$$f(I) = a + bg(A), \quad (A.4)$$

хорошо согласующуюся с экспериментальными результатами.

Преобразования $f(I)$ и $g(A)$ называются линеаризующими.

В таблице А.1 указаны некоторые рекомендуемые виды таких линеаризующих преобразований.

Таблица А.1

Виды исходных зависимостей $I = F(A)$ и рекомендуемых линеаризующих преобразований

Исходная зависимость $I = F(A)$	Линеаризующее преобразование	
	$x = g(A)$	$y = f(I)$
1 Дробно-линейные $I = a + b/A$ $I = 1/(a + bA)$ $I = A/(a + bA)$	$x = 1/A$ $x = A$ $x = 1/A$	$y = I$ $y = 1/I$ $y = 1/I$
2 Показательные $I = ae^{bA}$ $I = ae^{b/A}$	$x = A$ $x = 1/A$	$y = \ln I$ $y = \ln I$
3 Степенная $I = aA^b, b < > 1$	$x = \ln A$	$y = \ln I$
4 Логарифмическая $I = a + b \ln A$	$x = \ln A$	$y = I$

В некоторых случаях можно применить следующую процедуру выбора линеаризующих преобразований. Откладывают в системе координат A и I точки с экспериментальными значениями $\{A_n, \bar{I}_n\}$, и через них приближенно проводят от руки или с помощью лекала гладкую кривую $I = \hat{F}(A)$. Выбирают две достаточно отдаленные опорные точки A' и A'' . Это могут быть крайние значения A_n либо средние значения, либо медианы крайних точек. Находят по значениям A' и A'' соответствующие значения I' и I'' . Например, если опорные точки A' и A'' выбирают как крайние (т.е. A' равно наименьшему, а A'' – наибольшему значениям величин $\{A_n\}$), то I' и I'' выбирают как соответствующие им крайние значения из величин $\{\bar{I}_n\}$.

Вычисляют по опорным точкам три вида средних:

- арифметическое $A_a = \frac{A' + A''}{2}$, $I_a = \frac{I' + I''}{2}$,

- геометрическое $A_g = \sqrt{A' \cdot A''}$, $I_g = \sqrt{I' \cdot I''}$,

- гармоническое $A_h = \frac{2 \cdot A' \cdot A''}{A' + A''}$, $I_h = \frac{2 \cdot I' \cdot I''}{I' + I''}$.

Находят по построенной кривой $I = \hat{F}(A)$ в точках A_a, A_g, A_h значения $\hat{I}_a = \hat{F}(A_a)$, $\hat{I}_g = \hat{F}(A_g)$, $\hat{I}_h = \hat{F}(A_h)$. Вычисляют по формулам первой колонки таблицы А.2 значения разностей ε_i , которые приводят во второй колонке.

Таблица А.2

Выбор вида ГХ и преобразования исходных данных

Формула для вычисления ε_i	Значение ε_i^*	Вид ГХ	Преобразование исходных данных	
			$x = g(A)$	$y = f(I)$
$\hat{I}_a - I_a$	ε_1	$a + bx$	$x = A$	$y = I$
$\hat{I}_a - I_a$	ε_2	$I = ae^{bA}$	$x = A$	$y = \ln I$
$\hat{I}_a - I_a$	ε_3	$1/(a + bA)$	$x = A$	$y = 1/I$
$\hat{I}_g - I_g$	ε_4	$a + b \ln A$	$x = \ln A$	$y = I$
$\hat{I}_g - I_g$	ε_5	aA^b	$x = \ln A$	$y = \ln I$
$\hat{I}_h - I_h$	ε_6	$a + b/A$	$x = 1/A$	$y = I$
$\hat{I}_h - I_h$	ε_1	$A/(a + bA)$	$x = 1/A$	$y = 1/I$

* Индекс i означает номер преобразования исходных данных.

Из таблицы А.2 выбирают вид ГХ и преобразование исходных данных по номеру

преобразования исходных данных i , для которого значение ε_i оказалось наименьшим. Например, если наименьшим оказалось значение ε_5 , то выбирают вид ГХ aA^6 и преобразование переменных $x = 1nA$ и $y = 1nI$. Если имеется несколько значений ε_i близких минимальному, то испытывают несколько видов ГХ, соответствующих этим значениям ε_i .

Приложение Б
(рекомендуемое)

Таблица Б.1

Верхние доверительные границы F -распределения для $P = 0,95$ (V_2 – число степеней свободы числителя; V_1 – число степеней свободы знаменателя)

V_2	V_1									
	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
5	5,51	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56
6	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87
7	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44
8	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15
9	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94
10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,85	2,77
11	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65
12	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,62	2,54
13	3,41	3,18	3,08	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46
14	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39
15	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33
16	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,35	2,28
17	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,31	2,23
18	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,27	2,19
19	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,23	2,16
20	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12
21	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,18	2,10
22	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,15	2,07
23	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,13	2,05
24	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,35	2,30	2,25	2,11	2,03
27	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,06	1,97
30	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,01	1,93
40	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92	1,84
60	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75
120	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66
∞	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57

Ключевые слова: стандартные образцы, аттестованное значение СО, комплекты СО, градуировочная характеристика, линейная градуировочная характеристика, метод наименьших квадратов