

УДК 629.7.05/06-192:006.3

Группа Д19

АВИАЦИОННЫЙ СТАНДАРТ

Надежность изделий авиационной техники

ОСТ 1 02784-2009

**АНАЛИЗ СТРУКТУР И ОЦЕНКА
ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ
ИЗДЕЛИЙ МЕТОДОМ МИНИМАЛЬНЫХ
ПУТЕЙ И СЕЧЕНИЙ
Основные положения**

На 20 страницах

ОКС 49.020

Дата введения 2010-01-01

Ключевые слова: надежность, техника авиационная, анализ структур, оценка показателей безотказности, минимальный путь, минимальное сечение

Предисловие

Сведения о стандарте

1 РАЗРАБОТАН Головной организацией по стандартизации ФГУП «НИИСУ» и ФГУП «ЛИИ им. М. М. Громова»

2 УТВЕРЖДЕН Головной организацией по стандартизации ФГУП «НИИСУ»

ЗАРЕГИСТРИРОВАН Головной организацией по стандартизации ФГУП «НИИСУ» за № 2106 от 08.10.2009 г.

3 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

Содержание

1	Область применения	1
2	Нормативные ссылки	1
3	Термины и определения	1
4	Обозначения	3
5	Общие положения	4
6	Определение минимальных путей и сечений структуры изделия	4
7	Эквивалентное преобразование структуры изделия методом минимальных путей и сечений	5
8	Анализ структуры изделия методом минимальных путей и сечений	6
9	Оценка показателей безотказности изделия методом минимальных путей и сечений	6
Приложение А	(справочное) Примеры определения минимальных путей и сечений для различных структур изделия	8
Приложение Б	(справочное) Пример эквивалентного преобразования структуры изделия методом минимальных путей и сечений	14
Приложение В	(справочное) Пример оценки показателей безотказности изделия методом минимальных путей и сечений	16
Приложение Г	(справочное) Основные законы алгебры логики	19

1 Область применения

Настоящий стандарт устанавливает метод минимальных путей и сечений для проведения анализа структуры и оценки показателей безотказности изделий.

Настоящий стандарт распространяется на изделия авиационной техники гражданского назначения: самолеты, вертолеты и их составные части (авиационные двигатели, системы, аппаратуру, приборы и агрегаты).

Настоящий стандарт предназначен для применения при разработке и модернизации изделий для оценки влияния на безотказность принимаемых конструкторских решений.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы ссылки на следующий нормативный документ:

ГОСТ 27.002-89 Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения

3 Термины и определения

В настоящем стандарте применены следующие термины с соответствующими определениями:

3.1 структура изделия (структура): Совокупность входящих в изделие составных частей (элементов) и способов их соединения для выполнения требуемых функций.

3.2 анализ структуры изделия: Определение состояний изделия в зависимости от состояний его составных частей (элементов).

3.3

элемент: Часть системы, которая выполняет в системе определенные функции и в процессе анализа безотказности рассматривается как единное целое.

[ОСТ 1 00132-97, приложение А]

3.4 путь: Набор элементов в структуре изделия, при котором изделие работоспособно.

3.5 минимальный путь: Минимальный набор элементов в структуре изделия, при котором изделие работоспособно.

3.6 сечение: Набор элементов в структуре изделия, отказ которых приводит к отказу изделия.

3.7 минимальное сечение: Минимальный набор элементов в структуре изделия, отказ которых приводит к отказу изделия.

3.8 дерево отказов: Представление условий отказа изделия через отказы элементов с помощью логических ячеек.

3.9 дерево работоспособных состояний: Представление работоспособного состояния изделия через работоспособные состояния элементов с помощью логических ячеек.

3.10 анализ изделия с помощью дерева отказов: Способ исследования изделия, при котором рассматривается возникновение конкретного события – отказ определенного вида изделия и определяются причины возникновения этого события.

3.11 анализ изделия с помощью дерева работоспособных состояний: Способ исследования изделия, при котором рассматривается возникновение конкретного события – работоспособного состояния изделия и определяются причины возникновения этого события.

3.12 логическая ячейка «И»: Символ перехода, при котором событие высшего уровня – отказ или работоспособное состояние изделия возникает при выполнении всех условий следующего более низкого уровня.

Примечание – Графическое представление логической ячейки «И» приведено в разделе 4.

3.13 логическая ячейка «ИЛИ»: Символ перехода, при котором событие высшего уровня – отказ или работоспособное состояние изделия возникает при выполнении хотя бы одного или большего числа условий следующего более низкого уровня.

Примечание – Графическое представление логической ячейки «ИЛИ» приведено в разделе 4.

3.14 логическая ячейка «Приоритетное И»: Символ перехода, при котором событие высшего уровня – отказ или работоспособное состояние изделия возникает при выполнении всех условий следующего более низкого уровня в заданной последовательности (последовательность обычно задается событием – условием).

Примечание – Графическое представление логической ячейки «Приоритетное И» приведено в разделе 4.

3.15 логическая ячейка «Исключающее ИЛИ»: Символ перехода, при котором событие высшего уровня – отказ или работоспособное состояние изделия возникает при выполнении только одного из всех условий следующего более низкого уровня.

Примечание – Графическое представление логической ячейки «Исключающее ИЛИ» приведено в разделе 4.

3.16 структурный вес элемента: Относительная оценка влияния элемента на работоспособность структуры изделия.

3.17 эквивалентное преобразование структуры изделия: Представление структуры изделия с использованием минимальных путей или минимальных сечений, при котором сохраняется зависимость состояния изделия от состояния его составных частей (элементов).

3.18 отказ: По ГОСТ 27.002.

3.19

отказ определенного вида: Событие, заключающееся в определенном нарушении работоспособности изделия, характеризуемом частичной или полной потерей способности выполнять одну или несколько заданных функций.

[ГОСТ В 23743-88, приложение 2]

3.20 вероятность безотказной работы: По ГОСТ 27.002.

3.21 уровень отказности изделия: Минимальное количество элементов структуры изделия, отказ которых приводит к отказу изделия.

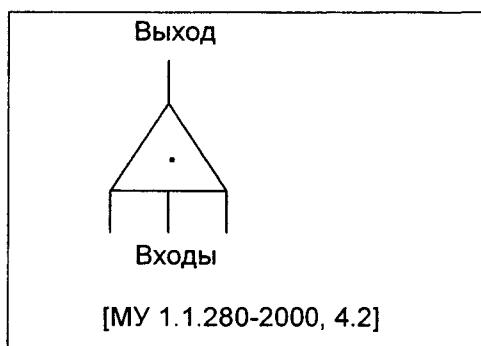
3.22 одноотказное изделие: Изделие, отказ одного из элементов которого приводит к отказу изделия.

3.23 работоспособное состояние: По ГОСТ 27.002.

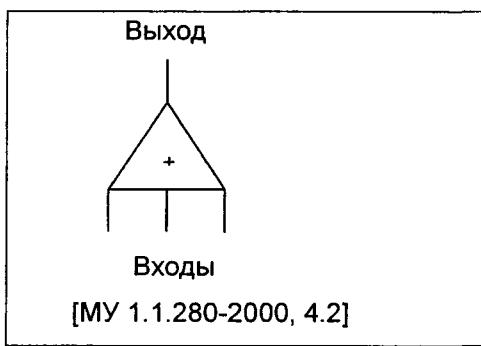
3.24 неработоспособное состояние: По ГОСТ 27.002.

4 Обозначения

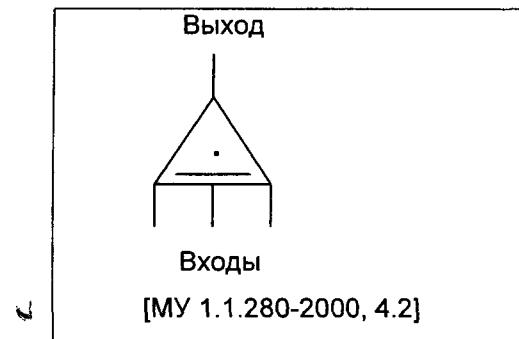
4.1 Графическим представлением логической ячейки «И» является символ



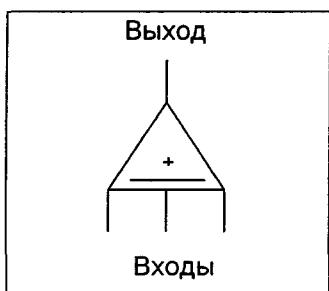
4.2 Графическим представлением логической ячейки «ИЛИ» является символ



4.3 Графическим представлением логической ячейки «Приоритетное И» является символ



4.4 Графическим представлением логической ячейки «Исключающее ИЛИ» является символ



5 Общие положения

Метод минимальных путей и сечений позволяет:

- определять минимальные совокупности элементов, обеспечивающие работоспособность или приводящие к отказу изделия;
- разрабатывать предложения по рациональному построению структуры изделия с заданными показателями безотказности;
- определять группы элементов и отдельные элементы, оказывающие наибольшее влияние на безотказность изделия путем эквивалентного преобразования структуры изделия;
- определять структурные веса элементов изделия;
- определять уровень отказности изделия;
- рассчитывать нижнее и верхнее значения показателя безотказности при наличии зависимости отказов элементов путем эквивалентного преобразования структуры изделия;
- определять способы рационального резервирования и разрабатывать мероприятия по повышению безотказности изделия.

6 Определение минимальных путей и сечений структуры изделия

6.1 Для изделия минимальные пути и сечения определяют непосредственно из его структурной схемы.

6.2 При нахождении путей последовательно включают в наборы элементы, начиная от входа до выхода структурной схемы изделия.

При нахождении сечений в наборы включают элементы, исключение которых из схемы делает невозможным прохождение сигнала от входа к выходу.

Для нахождения минимальных путей (сечений) в полученных совокупностях путей (сечений) следует исключить те пути (сечения), в которые входят в качестве подмножеств другие пути (сечения).

6.3 Примеры определения минимальных путей и сечений для структур изделия приведены в приложении А.

6.4 Для изделия со сложной структурой или изделия, условия работоспособности (отказа) которого заданы описательно, минимальные пути и сечения определяют с использованием определенных алгоритмов.

Алгоритм основан на анализе деревьев работоспособных состояний или деревьев отказов изделия. В обоих случаях алгоритм построения аналогичен.

6.5 Алгоритм определения минимальных путей и сечений состоит из последовательности шагов, на каждом из которых рассматривается логическая ячейка, начиная с ячейки, примыкающей к вершинному (результатирующему) событию.

В качестве вершинного события в дереве обозначается работоспособное состояние или состояние отказа изделия в целом.

6.6 Для путей логическая ячейка «ИЛИ» увеличивает число минимальных путей, логическая ячейка «И» увеличивает размерность минимального пути.

6.7 Для сечений правило противоположное – логическая ячейка «ИЛИ» увеличивает размерность минимального сечения, а логическая ячейка «И» увеличивает число минимальных сечений.

6.8 Для определения всех минимальных путей и сечений рассматривают все логические ячейки, входящие в дерево работоспособных состояний изделия.

6.9 Если дерево работоспособных состояний изделия содержит повторяющиеся элементарные события, процедура определения совокупности минимальных путей или сечений структуры изделия следующая: для выделения минимальных путей и сечений из всей совокупности путей и сечений необходимо исключить те из них, которые содержат в качестве подмножеств элементов другие пути и сечения из найденных совокупностей.

Пример – В совокупность путей входят: (1; 2; 3; 5; 6) и (1; 2; 5). Первый путь содержит в качестве подмножества второй путь, однако второй путь не является минимальным и должен быть исключен.

6.10 Пример построения дерева работоспособных состояний изделия и применения алгоритма определения минимальных путей и сечений приведен в А.3 (приложение А).

6.11 Дерево работоспособных состояний изделия позволяет определять структурные веса элементов.

Структурный вес элемента равен произведению коэффициентов логических ячеек, которые необходимо пройти, чтобы достигнуть вершинного события.

Чем выше структурный вес, тем большую роль играет элемент в обеспечении работоспособности системы при прочих равных условиях.

Наименьший знаменатель структурного веса элемента определяет уровень отказности системы, т. е. наименьшее количество элементов, отказ которых приводит к отказу системы.

Структурный вес элемента, равный 1, означает, что отказ соответствующего элемента приводит к отказу системы, т. е. система одноотказная.

6.12 Определение структурных весов элементов изделия приведено в А.3.6 (приложение А).

7 Эквивалентное преобразование структуры изделия методом минимальных путей и сечений

7.1 Эквивалентное преобразование структуры изделия с целью анализа его структуры и оценки показателей безотказности осуществляют методом минимальных путей и сечений.

7.2 Эквивалентность структуры изделия означает, что работоспособное состояние или отказное состояние изделия наблюдаются при одинаковых состояниях элементов в каждой из данных структур.

7.3 Эквивалентное преобразование структуры изделия позволяет представлять структуру изделия в виде параллельно-последовательного соединения минимальных путей или последовательно-параллельного соединения минимальных сечений, состоящих из определенных состояний элементов.

7.4 Изделие работоспособно, если работоспособен хотя бы один его минимальный путь.

7.5 Эквивалентные структуры позволяют выделить совокупности элементов, оказывающих наибольшее влияние на безотказность системы.

7.6 Эквивалентные преобразования структуры изделия через минимальные сечения наглядно показывают уровень отказности изделия.

Изделие отказывает, если отказывает хотя бы одно его минимальное сечение.

7.7 Пример эквивалентного преобразования структуры изделия методом минимальных путей и сечений приведен в приложении Б.

8 Анализ структуры изделия методом минимальных путей и сечений

8.1 Эквивалентные структуры изделия позволяют выделить совокупности элементов, а структурные веса – отдельные элементы, оказывающие наибольшее влияние на безотказность изделия.

8.2 В параллельно-последовательном соединении минимальных путей для повышения безотказности изделия следует прежде всего повышать безотказность минимального пути с наиболее высокими показателями безотказности.

8.3 В последовательно-параллельном соединении минимальных сечений следует принимать меры для повышения безотказности сечения с наиболее низкими показателями безотказности.

8.4 При проектировании структуры изделия в первую очередь необходимо разрабатывать мероприятия по повышению безотказности элементов с большим структурным весом.

8.5 При равенстве структурных весов следует разрабатывать мероприятия по повышению безотказности элементов с наиболее низкими показателями безотказности.

9 Оценка показателей безотказности изделия методом минимальных путей и сечений

9.1 Эквивалентные преобразования структуры изделия методом минимальных путей и сечений позволяют записать логические условия безотказного функционирования изделия в виде функций алгебры логики.

9.2 Присвоим каждому элементу структуры изделия логическую переменную, которая принимает значение, равное 1, если элемент работоспособен, и значение, равное 0, если он в состоянии отказа.

9.3 Функцию алгебры логики для соединения из минимальных путей записывают как логическое сложение (дизъюнкцию) минимальных путей, каждый из которых представляет собой логическое произведение (конъюнкцию) логических переменных элементов, входящих в данный путь.

9.4 Функцию алгебры логики для соединения из минимальных сечений записывают как логическое умножение (конъюнкцию) минимальных сечений, каждое из которых представляет собой логическую сумму (дизъюнкцию) логических переменных элементов, входящих в данное сечение.

9.5 Каждую функцию алгебры логики преобразуют по правилам алгебры логики в формы замещения, которые позволяют определить вероятность безотказной работы изделия путем подстановки в функцию алгебры логики вместо логических переменных соответств-

вующие вероятности безотказной работы элементов с заменой логических операций сложения и умножения алгебраическими операциями.

9.6 Предположим, для изделия определено множество всех минимальных путей: $A_1, \dots, A_i, A_j, A_k, \dots, A_r$ ($i = 1, \dots, j, k, \dots, r$).

Событие, состоящее в том, что все элементы пути A_i работоспособны, также обозначим A_i .

Объединение событий A_i совпадает с множеством работоспособных состояний изделия.

Вероятность безотказной работы изделия P определим по формуле

$$P = \sum_{i=1}^r P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - \dots + (-1)^{r-1} P(A_1 \dots A_r). \quad (1)$$

9.7 Предположим, для изделия определено множество всех минимальных сечений: $B_1, \dots, B_i, B_j, B_k, \dots, B_s$ ($i = 1, \dots, j, k, \dots, s$).

Событие, состоящее в том, что все элементы сечения B_i неработоспособны, также обозначим B_i .

Объединение событий B_i совпадает с множеством всех неработоспособных состояний изделия.

Вероятность отказа изделия Q определим по формуле

$$Q = \sum_{i=1}^s P(B_i) - \sum_{i < j} P(B_i B_j) + \sum_{i < j < k} P(B_i B_j B_k) - \dots + (-1)^{s-1} P(B_1 \dots B_s). \quad (2)$$

9.8 Пример оценки показателей безотказности изделия методом минимальных путей и сечений с использованием эквивалентных преобразований структур и построением функций алгебры логики приведен в приложении В.

9.9 Для оценки показателя безотказности изделия со сложной структурой и с наличием зависимых отказов элементов вычисляют интервал вероятности безотказной работы, который содержит точное значение вероятности безотказной работы изделия.

Нижнюю границу данного интервала определяют как вероятность безотказной работы эквивалентного соединения из минимальных сечений.

Верхнюю границу интервала определяют аналогично как вероятность безотказной работы эквивалентного соединения из минимальных путей.

В качестве оценки вероятности безотказной работы изделия можно использовать среднее значение вероятности безотказной работы из полученного интервала.

9.10 При высоких показателях безотказности элементов, входящих в состав изделия, данный интервал получается узким и показатели безотказности изделия определяются с достаточной для инженерных расчетов точностью.

9.11 Пример оценки показателей безотказности изделия методом минимальных путей и сечений с использованием интервала вероятностей приведен в приложении В.

Приложение А

(справочное)

**Примеры определения минимальных путей и сечений
для различных структур изделияя**

A.1 Определение минимальных путей и сечений для изделияя со смешанной структурой построения элементов

A.1.1 Схема изделияя со смешанной структурой построения элементов 1, 2, 3, 4 приведена на рисунке A.1.

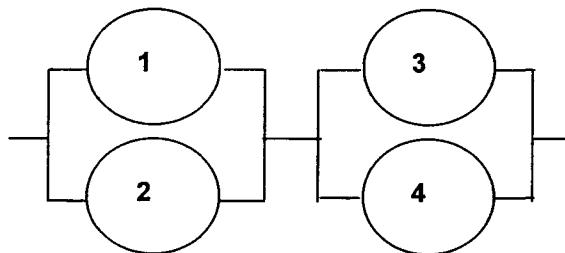


Рисунок А.1

A.1.2 Минимальные пути и сечения определяют непосредственно из структурной схемы изделияя.

В состав путей последовательно включают наборы элементов, начиная от входа до выхода структурной схемы изделияя.

В состав сечений включают наборы элементов, исключение которых из схемы изделияя делает невозможным прохождение сигнала от входа к выходу.

A.1.3 Для нахождения минимальных путей (сечений) в полученных совокупностях путей (сечений) необходимо исключить те пути (сечения), в которые входят в качестве подмножеств другие пути (сечения).

Для данного изделияя минимальные пути и сечения следующие:

- минимальные пути: (1; 3), (1; 4), (2; 3), (2; 4);
- минимальные сечения: (1; 2), (3; 4).

A.2 Определение минимальных путей и сечений для изделия с мостиковой структурой построения элементов

A.2.1 Схема изделия с мостиковой структурой построения элементов 1, 2, 3, 4, 5 приведена на рисунке А.2.

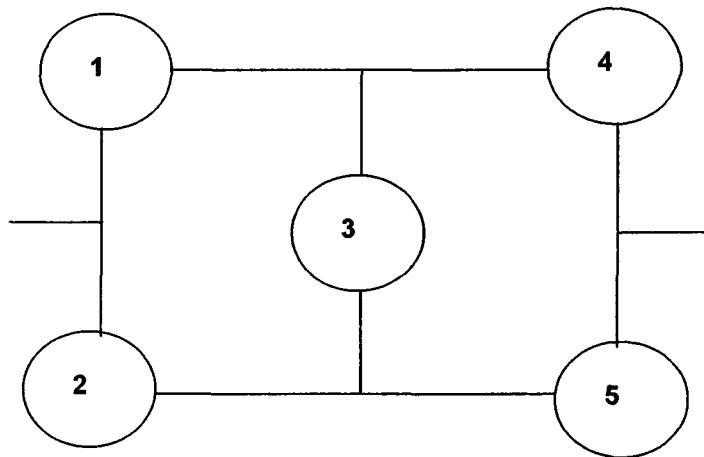


Рисунок А.2

A.2.2 Минимальные пути и сечения определяют непосредственно из структурной схемы изделия.

A.2.3 Для данного изделия минимальные пути и сечения следующие:

- минимальные пути: (1; 4), (2; 5), (1; 3; 5), (2; 3; 4);
- минимальные сечения: (1; 2); (4; 5); (1; 3; 5), (2; 3; 4).

A.3 Определение минимальных путей и сечений для сложной структурной схемы изделия или изделия, условия работоспособности или отказа которого заданы описательно

A.3.1 Для данного изделия минимальные пути и сечения определяют с использованием определенных алгоритмов.

Алгоритм основан на анализе деревьев работоспособных состояний или деревьев отказов изделия.

A.3.2 Рассмотрим систему, условие работоспособности которой задано описательно.

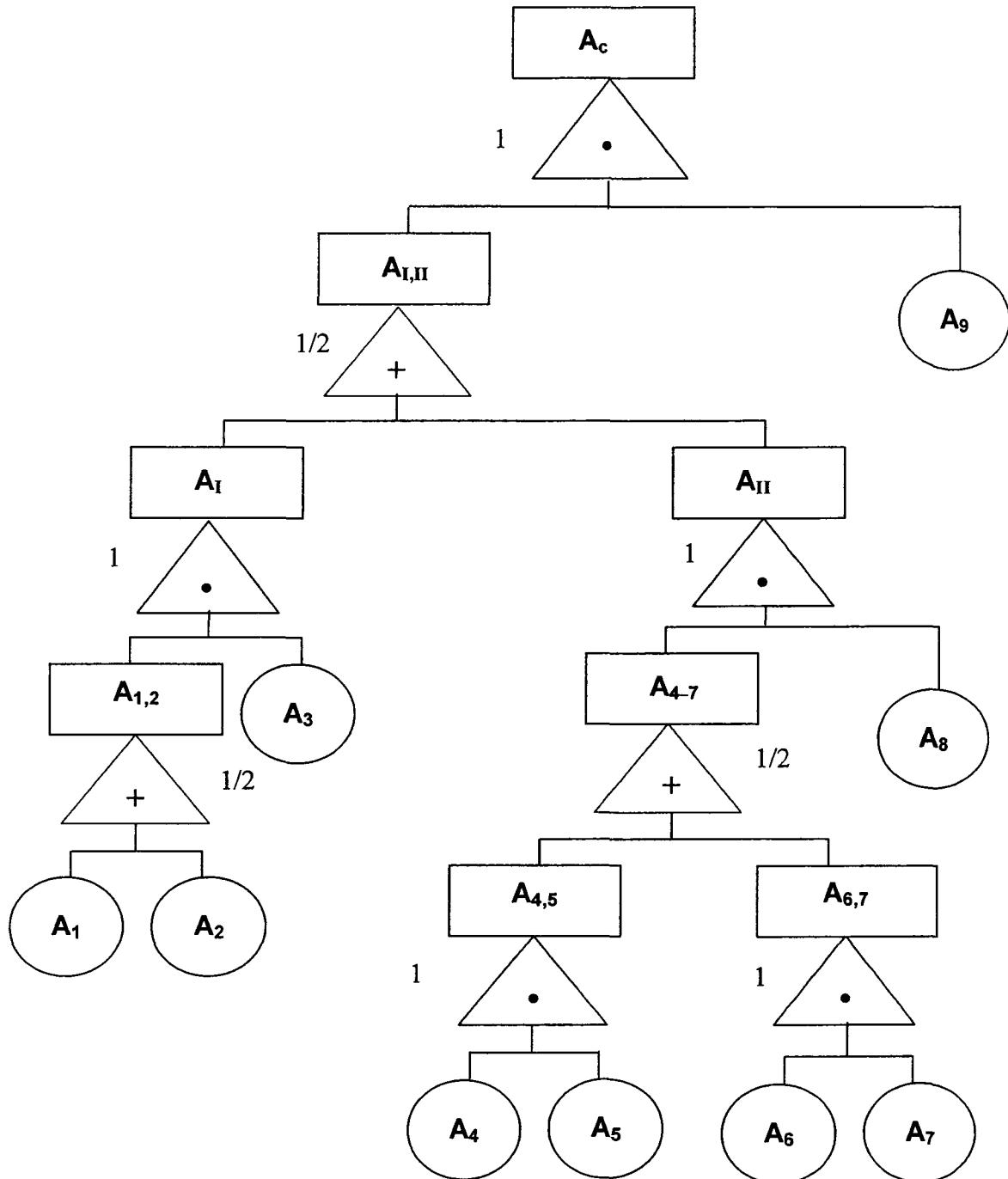
Система работоспособна, если работоспособны подсистемы I или II и подсистема III.

Подсистема I работоспособна, если работоспособны блоки (1 или 2) и блок 3.

Подсистема II работоспособна, если работоспособны блоки (4 и 5) или (6 и 7) и блок 8.

Подсистема III работоспособна, если работоспособен блок 9.

A.3.3 На основе данного описания условий работоспособности строят дерево работоспособных состояний системы, которое представлено на рисунке А.3.



A_c – вершинное событие при работоспособном состоянии подсистем (I или II) и подсистемы III (блока 9);

$A_{I,II}$ - событие при работоспособном состоянии подсистем (I или II);

A_I - событие при работоспособном состоянии подсистемы I (блоков (1 или 2) и блока 3);

A_{II} - событие при работоспособном состоянии подсистемы II (блоков (4 и 5) или блоков (6 и 7) и блока 8);

$A_{1,2}$ - событие при работоспособном состоянии блоков (1 или 2);

A_{4-7} - событие при работоспособном состоянии блоков (4 и 5) или блоков (6 и 7);

$A_{4,5}$ - событие при работоспособном состоянии блоков (4 и 5);

$A_{6,7}$ - событие при работоспособном состоянии блоков (6 и 7);

A_1, A_2, \dots, A_9 - событие при работоспособном состоянии соответственно блоков: 1, 2, ..., 9.

Рисунок А.3

A.3.4 Алгоритм определения минимальных путей системы состоит из последовательности шагов, на каждом из которых рассматривается логическая ячейка, начиная с ячейки, примыкающей к вершинному событию.

Шаг 1 К вершинному событию примыкает логическая ячейка «И», связывающая события $A_{I,II}$ и A_9 . На данном шаге следует записать:

$$A_{I,II}; A_9 .$$

Шаг 2 К событию $A_{I,II}$ примыкает логическая ячейка «ИЛИ», которая увеличивает число минимальных путей.

Заменив событие $A_{I,II}$ на A_I и A_{II} , следует записать:

$$A_I; A_9$$

$$A_{II}; A_9 .$$

Шаг 3 Продолжая двигаться по ветвям дерева работоспособных состояний и расписывать промежуточные события, следует записать:

$$A_{1,2}; A_3; A_9$$

$$A_{4-7}; A_8; A_9 .$$

Шаг 4

$$A_1; A_3; A_9$$

$$A_2; A_3; A_9$$

$$A_{4,5}; A_8; A_9$$

$$A_{6,7}; A_8; A_9 .$$

Шаг 5

$$A_1; A_3; A_9$$

$$A_2; A_3; A_9$$

$$A_4; A_5; A_8; A_9$$

$$A_6; A_7; A_8; A_9 .$$

На шаге 5 получены все минимальные пути рассматриваемой системы.

A.3.5 Алгоритм определения минимальных сечений системы, используя дерево работоспособных состояний (см. рисунок А.3), состоит из следующей последовательности шагов.

Шаг 1

$$A_{I,II}$$

$$A_9 .$$

Шаг 2 $A_I; A_{II}$ $A_9.$ *Шаг 3* $A_{1,2}; A_{II}$ $A_3; A_{II}$ $A_9.$ *Шаг 4* $A_1; A_2; A_{II}$ $A_3; A_{II}$ $A_9.$ *Шаг 5* $A_1; A_2; A_{4-7}$ $A_1; A_2; A_8$ $A_3; A_{4-7}$ $A_3; A_8$ $A_9.$ *Шаг 6* $A_1; A_2; A_{4,5}; A_{6,7}$ $A_1; A_2; A_8$ $A_3; A_{4,5}; A_{6,7}$ $A_3; A_8$ $A_9.$ *Шаг 7* $A_1; A_2; A_4; A_{6,7}$ $A_1; A_2; A_5; A_{6,7}$ $A_1; A_2; A_8$ $A_3; A_4; A_{6,7}$ $A_3; A_5; A_{6,7}$ $A_3; A_8$ $A_9.$

*Шаг 8*A₁; A₂; A₄; A₆A₁; A₂; A₄; A₇A₁; A₂; A₅; A₆A₁; A₂; A₅; A₇A₁; A₂; A₈A₃; A₄; A₆A₃; A₄; A₇A₃; A₅; A₆A₃; A₅; A₇A₃; A₈A₉.

На шаге 8 получены все минимальные сечения рассматриваемой структуры системы.

А.3.6 Дерево работоспособных состояний системы (см. рисунок А.3) позволяет определять структурные веса элементов.

Установим в дереве работоспособных состояний системы каждой логической ячейке «И» коэффициент, равный 1, а каждой логической ячейке «ИЛИ» коэффициент, равный 1/k (где k - количество ветвей дерева, входящих в данную логическую ячейку).

Структурный вес элемента равен произведению коэффициентов логических ячеек, которые необходимо пройти для достижения вершинного события. Таким образом, структурные веса элементов: 1, 2, 4, 5, 6, 7 равны 1/4; элементов: 3 и 8 равны 1/2; структурный вес элемента 9 равен 1.

Чем выше структурный вес, тем большую роль играет элемент в обеспечении работоспособности системы при прочих равных условиях. Наименьший знаменатель структурного веса элемента определяет уровень отказности системы, т. е. наименьшее количество элементов, отказ которых приводит к отказу системы.

Рассматриваемая система одноотказная: отказ элемента 9 приводит к отказу системы. Если исключить данный элемент, то система станет двухотказной (элементы 3 и 8). Исключение элементов 3 и 8 делает систему четырёхотказной.

Приложение Б
(справочное)

**Пример эквивалентного преобразования структуры изделия
методом минимальных путей и сечений**

Б.1 Структурная схема системы, состоящей из элементов 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, описание которой приведено в А.3 (приложение А), представлена на рисунке Б.1.

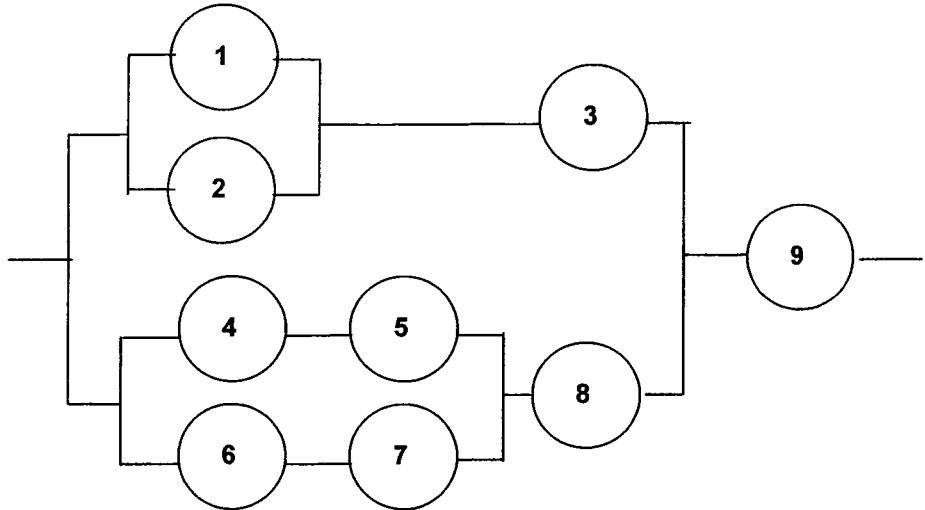


Рисунок Б.1

Б.2. Осуществим эквивалентное преобразование структурной схемы системы, представленной на рисунке Б.1, методом минимальных путей и сечений.

Эквивалентность структуры означает, что работоспособное состояние системы или её отказ наблюдаются при одинаковых состояниях элементов в каждой из данных структур.

Б.3. Эквивалентная структура системы, представленная через минимальные пути, приведена на рисунке Б.2

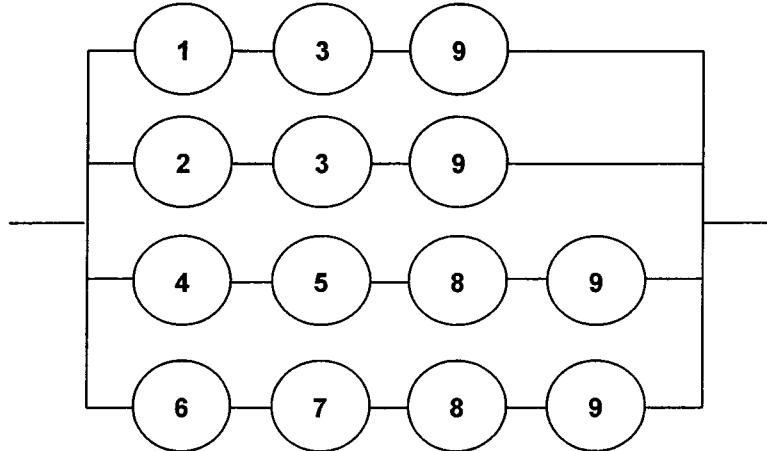


Рисунок Б.2

Б.4 Эквивалентная структура системы, представленная через минимальные сечения, приведена на рисунке Б.3.

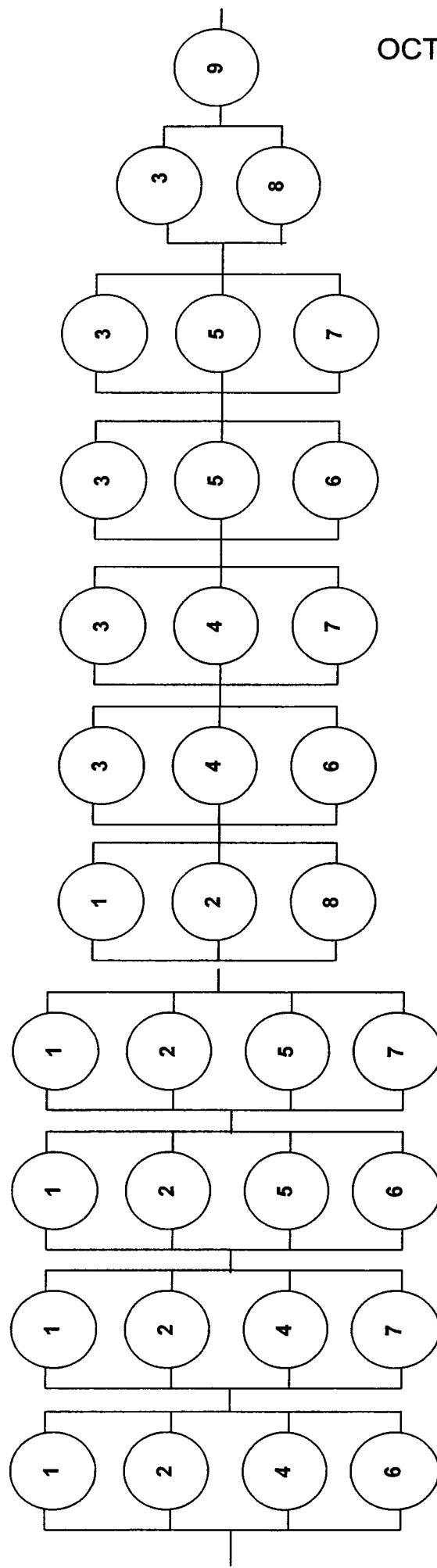


Рисунок Б.3

Приложение В

(справочное)

**Пример оценки показателей безотказности изделия
методом минимальных путей и сечений**

B.1 Схема изделия с мостиковой структурой построения элементов приведена в А.2 (приложение А).

В А.2 (приложение А) приведены минимальные пути и сечения данной структуры.

B.2 Для мостиковой структуры изделия ее эквивалентные структуры представлены: через минимальные пути – на рисунке В.1, через минимальные сечения – на рисунке В.2.

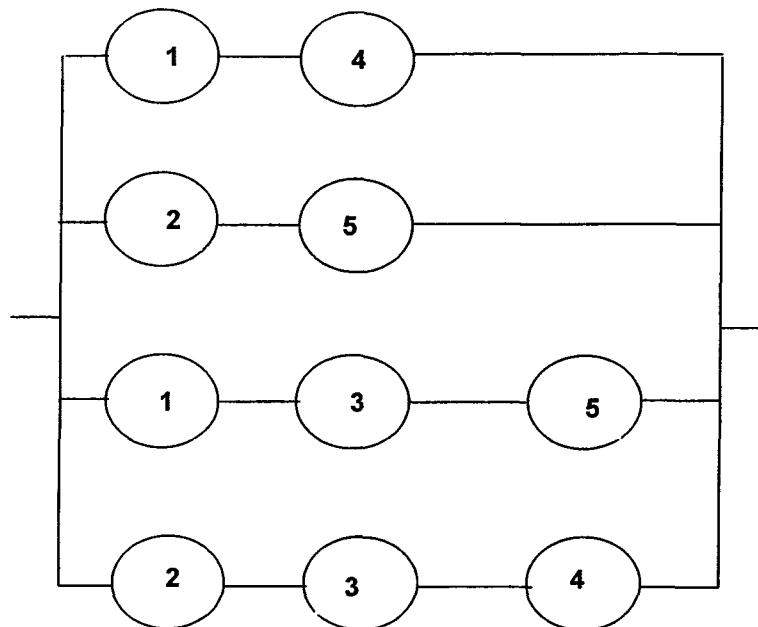


Рисунок В.1

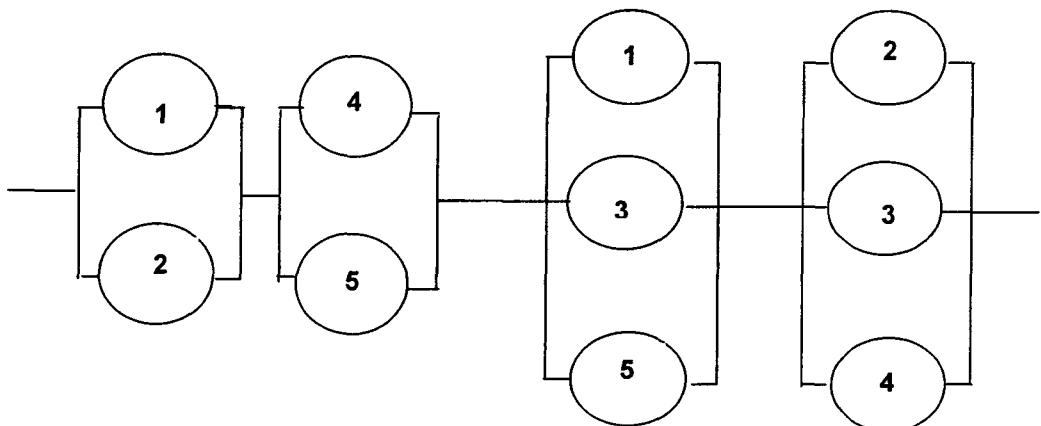


Рисунок В.2

В.3 Присвоим каждому элементу структуры изделия логическую переменную X_i .

Функция алгебры логики для эквивалентной структуры изделия, представленной через минимальные пути, F_p определяется:

$$F_p = X_1X_4 \vee X_2X_5 \vee X_1X_3X_5 \vee X_2X_3X_4. \quad (B.1)$$

Знаком логического сложения \vee соединены логические произведения логических переменных, соответствующих элементам, составляющим минимальные пути.

Функция алгебры логики для эквивалентной структуры изделия, представленной через минимальные сечения, F_c определяется:

$$F_c = (X_1 \vee X_2)(X_4 \vee X_5)(X_1 \vee X_3 \vee X_5)(X_2 \vee X_3 \vee X_4). \quad (B.2)$$

В скобках приведены логические суммы логических переменных, соответствующих элементам, составляющим минимальные сечения, которые затем соединяются в логическое произведение.

В.4 Преобразуем к форме замещения функцию алгебры логики для эквивалентной структуры изделия, представленной через минимальные пути.

Умножим каждое слагаемое на $(X_i \vee \bar{X}_i)$, где \bar{X}_i — отрицание X_i , их логическая сумма равна 1, логическое произведение — 0.

Первое логическое слагаемое (см. формулу (B.1)) примет следующий вид:

$$X_1X_4(X_2 \vee \bar{X}_2)(X_3 \vee \bar{X}_3)(X_5 \vee \bar{X}_5).$$

Раскрывая скобки и выполняя преобразования по правилам алгебры логики, получим функцию алгебры логики в форме:

$$\begin{aligned} F_p = & (X_1X_2X_3X_4X_5) \vee (\bar{X}_1X_2X_3X_4X_5) \vee (X_1\bar{X}_2X_3X_4X_5) \vee (X_1X_2\bar{X}_3X_4X_5) \vee \\ & \vee (X_1X_2X_3\bar{X}_4X_5) \vee (X_1X_2X_3X_4\bar{X}_5) \vee (\bar{X}_1X_2\bar{X}_3X_4X_5) \vee (\bar{X}_1X_2X_3\bar{X}_4X_5) \vee \\ & \vee (\bar{X}_1X_2X_3X_4\bar{X}_5) \vee (X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4X_5) \vee (X_1\bar{X}_2X_3\bar{X}_4X_5) \vee (X_1\bar{X}_2X_3X_4\bar{X}_5) \vee \\ & \vee (X_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4X_5) \vee (X_1X_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5) \vee (\bar{X}_1X_2\bar{X}_3\bar{X}_4X_5) \vee (X_1\bar{X}_2\bar{X}_3X_4\bar{X}_5). \end{aligned} \quad (B.3)$$

В.5 Подставив в выражение (B.3) вместо логической переменной X_i вероятность безотказной работы i -го элемента p_i , а вместо \bar{X}_i вероятность отказа $q_i = 1 - p_i$, получим выражение для вероятности безотказной работы изделия $P(t)$:

$$\begin{aligned} P(t) = & 2 p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 - (p_1 p_2 p_3 p_4 + p_1 p_2 p_3 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 + \\ & p_1 p_3 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_4 p_5) + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_3 p_4 + p_1 p_4 + p_2 p_5. \end{aligned} \quad (B.4)$$

Если все вероятности безотказной работы элементов p_i равны, вероятность безотказной работы изделия вычисляется по формуле

$$P(t) = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2. \quad (B.5)$$

При значениях вероятностей безотказной работы элементов $p_i = 0,9$ вероятность безотказной работы изделия $P(t) = 0,9785$.

B.6 Определяют нижнее и верхнее значения вероятности безотказной работы изделия для интервала, включающего точное значение вероятности безотказной работы изделия.

Нижнее значение вероятности безотказной работы изделия для данного интервала рассчитывают по структуре изделия, представленной через минимальные сечения.

Аналогично рассчитывают верхнее значение вероятности безотказной работы изделия для данного интервала по структуре изделия, представленной через минимальные пути.

Нижнее значение вероятности безотказной работы изделия $P(t)_H$ вычисляют по формуле

$$P(t)_H = (1 - q_1 q_2) (1 - q_4 q_5) (1 - q_1 q_3 q_5) (1 - q_2 q_3 q_4), \quad (B.6)$$

где q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 – вероятность отказа соответственно: 1,2,3,4,5 элемента.

Верхнее значение вероятности безотказной работы изделия $P(t)_B$ вычисляют по формуле

$$P(t)_B = 1 - (1 - p_1 p_4) (1 - p_2 p_5) (1 - p_1 p_3 p_5) (1 - p_2 p_3 p_4). \quad (B.7)$$

При этом должно выполняться следующее неравенство

$$P(t)_H \leq P(t) \leq P(t)_B. \quad (B.8)$$

B.7 Если принять вероятности безотказной работы всех элементов $p = 0,9$, нижнее и верхнее значения вероятности безотказной работы для данного интервала будут следующие:

$$P(t)_H = 0,9781;$$

$$P(t)_B = 0,9973.$$

При полученных нижнем и верхнем значениях вероятности безотказной работы для данного интервала указанное выше неравенство (B.8) выполняется:

$$0,9781 \leq 0,9785 \leq 0,9973.$$

Приложение Г

(справочное)

Основные законы алгебры логики

Г.1 Для логических переменных $X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_n$ ($i = 1, \dots, n$) применимы следующие законы алгебры логики:

- закон коммутативности (перестановки):

$$X_1 \vee X_2 = X_2 \vee X_1;$$

$$X_1 \cdot X_2 = X_2 \cdot X_1;$$

- закон ассоциативности (объединения):

$$(X_1 \vee X_2) \vee X_3 = X_1 \vee (X_2 \vee X_3);$$

$$(X_1 \cdot X_2) \cdot X_3 = X_1 \cdot (X_2 \cdot X_3);$$

- закон дистрибутивности (распределения):

$$X_1 \cdot (X_2 \vee X_3) = X_1 \cdot X_2 \vee X_1 \cdot X_3;$$

$$X_1 \vee (X_2 \cdot X_3) = (X_1 \vee X_2) \cdot (X_1 \vee X_3);$$

- закон поглощения:

$$X_1 \vee (X_1 \cdot X_2) = X_1;$$

$$X_1 \cdot (X_1 \vee X_2) = X_1;$$

- закон идемпотентности:

$$X_1 \vee X_1 = X_1;$$

$$X_1 \cdot X_1 = X_1;$$

$$X_1 \vee 0 = X_1;$$

$$X_1 \vee 1 = 1;$$

$$1 \cdot X_1 = X_1;$$

$$X_1 \cdot 0 = 0;$$

$$X_1 \vee \overline{X}_1 = 1;$$

$$X_1 \cdot \overline{X}_1 = 0;$$

$$(X_1 \vee X_2) \cdot (X_1 \vee \overline{X}_2) = X_1;$$

$$X_1 \cdot X_2 \vee X_1 \cdot \overline{X}_2 = X_1;$$

$$1 = (X_1 \vee \overline{X}_1) \cdot (X_2 \vee \overline{X}_2) \cdot (X_3 \vee \overline{X}_3) \cdots (X_i \vee \overline{X}_i) \cdots (X_n \vee \overline{X}_n).$$

Г.2 Связь между дизъюнкцией и конъюнкцией реализуется с помощью операции инверсии и определяется законом двойственности (правило де Моргана):

$$X_1 \vee X_2 = \overline{\overline{X}_1 \overline{X}_2} ;$$

$$X_1 \cdot X_2 = \overline{\overline{X}_1 \vee \overline{X}_2} .$$

Г.3 Правило де Моргана справедливо для произвольного числа логических переменных:

$$X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee \dots \vee X_i \vee \dots \vee X_n = \overline{\overline{X}_1 \overline{X}_2 \overline{X}_3 \dots \overline{X}_i \dots \overline{X}_n} ;$$

$$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots X_i \dots X_n = \overline{\overline{X}_1 \vee \overline{X}_2 \vee \overline{X}_3 \vee \dots \vee \overline{X}_i \vee \dots \vee \overline{X}_n} ,$$

при этом: $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \overline{X}_3, \dots, \overline{X}_i, \dots, \overline{X}_n$ – отрицания логических переменных соответственно $X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_n$.